D'autres mondes possibles : la topologie **symplectique**

Trouver comment faire passer un chameau par le chas d'une aiguille sans déchirer l'animal, mais en l'étirant et en le déformant à volonté. Imaginer des espaces où les notions de cercle, de distance et de parallèles n'existent pas. Concevoir des espaces et des outils mathématiques qui aident les physiciens dans leur tentative d'unifier les grandes théories qui régissent notre univers. Voilà quelques-uns des rôles que se sont donnés la topologie et la géométrie symplectiques. Mais au-delà même de tout lien avec le monde réel, ces jeunes sciences sont aussi l'expression du moteur fondamental de l'avancement des connaissances : l'imagination.

« Les mathématiciens se fichent de savoir que le monde est tel qu'il est. Ils veulent plutôt comprendre tous les mondes possibles, qu'ils soient réels ou virtuels », lance avec passion **François Lalonde**, professeur au Département de mathématiques et statistiques de l'Université de Montréal et titulaire de la Chaire de recherche du Canada en géométrie différentielle et en topologie. Ce chercheur, dont les travaux sont en partie financés par le Fonds québécois de la recherche sur la nature et les technologies (FQRNT), tient à préciser que malgré le lien très étroit qui existe entre physique et mathématique théorique, l'attitude des acteurs de ces deux disciplines diffère. « Les physiciens veulent réaliser des expériences dans le monde qui existe. Les mathématiciens, quant à eux, n'ont même pas la prétention d'affirmer qu'un espace est plus réel qu'un autre. »

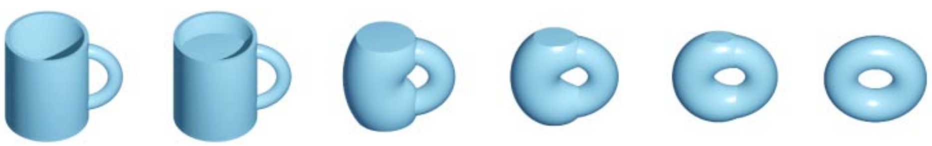
Bien qu'elle ait puisé ses sources aux 18e et 19e siècles dans les travaux des physiciens Lagrange et Hamilton sur la mécanique classique, la géométrie symplectique n'a réellement pris forme que vers les années 1960, lorsque des mathématiciens comme Vladimir Arnold et Mikhaïl Gromov lui ont donné sa forme mathématique actuelle. La topologie symplectique est encore plus jeune. Elle existe seulement depuis 1985. « La topologie symplectique est en quelque sorte le livre dont un des chapitres serait la géométrie symplectique », explique François Lalonde.

Mais en quoi consistent ces édifices mathématiques ? La géométrie symplectique n'est qu'une des multiples géométries définies par les mathématiciens modernes. Ici, les notions classiques de la géométrie euclidienne dans le plan que sont le cercle, la distance et les parallèles n'existent plus. Les triangles, quant à eux, deviennent tous équivalents si leur aire est identique. Cependant, la complexité de cette discipline dépasse rapidement celle des représentations dans le plan. En effet, les mathématiciens généralisent la structure symplectique à des dimensions supérieures et travaillent le plus souvent dans des espaces de très grandes dimensions, voire de dimensions infinies. Ce sont ces espaces qui permettent, par exemple, de concevoir et d'exprimer mathématiquement des théories comme celle des supercordes, dans laquelle les particules de matière sont remplacées par de microscopiques cordes vibrantes.

La topologie, quant à elle, s'intéresse à définir ce qu'est un espace et quelles en sont les propriétés. Les topologues travaillent à classer les différents espaces, en plus d'en étudier les déformations et les invariants. Par exemple, topologiquement parlant, un cercle est équivalent à une ellipse, le premier pouvant donner le second, simplement par étirement. De même, en trois dimensions, une sphère est équivalente à un ellipsoïde. D'où la blague de mathématicien : Qu'est-ce qu'un topologiste ? Une personne qui ne sait pas distinguer un beignet d'une tasse !

Tous ces concepts mathématiques sont sans aucun doute d'une esthétique fascinante, mais à quoi peuvent-ils bien servir ? En réalité, la géométrie symplectique est le cadre idéal de la mécanique classique, mais aussi de bien des domaines de la physique d'aujourd'hui, comme la relativité générale et la mécanique quantique. Elle permet de solutionner des problèmes tel celui du mouvement d'une planète sous l'influence de ses sœurs et du Soleil (problème à *n* corps), ceux impliquant des espaces courbes ou à géométrie complexe – comme c'est le cas de notre univers, dont Einstein a prédit une courbure non nulle – ou encore, des systèmes dynamiques, tel que l'on en trouve en dynamique des fluides. Alors, la prochaine fois que vous observerez les remous provoqués par une roche au sein d'une rivière, pensez à ces mathématiciens qui rêvent d'espaces tordus pour exprimer la complexité et la beauté de notre univers.

BENOÎT LACROIX



SOURCE : WIKIPEDIA.ORG

La topologie concerne l'étude des déformations spatiales par des transformations continues. Dans ce type de recherche, il est permis de modifier des objets, sans les rompre. Cette branche des mathématiques permet même de transformer une tasse en beignet (ou tore, en termes mathématiques).

Pour en savoir plus : animation sur Wikipedia.org, catégorie Topologie.